MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR WISSENSCHAFTSGESCHICHTE
Max Planck Institute for the History of Science

PREPRINT 190 (2001)

Domenico Giulini

Das Problem der Trägheit

Er reitet den Machschen
Klepper bis zur Erschöpfung
Albert Einstein*

Das Problem der Trägheit

Domenico Giulini
Universität Freiburg i.Br.
Fakultät für Physik
Hermann-Herder-Straße 3
D-79104 Freiburg

August 2001

Zusammenfassung

Wenn es tatsächlich stimmt, dass alle in der Natur auftretenden Kräfte im Rahmen der vier fundamentalen Wechselwirkungen im Prinzip beschrieben werden können, muss sich letztlich auch das begrifflich unbefriedigende Konzept der Scheinkraft eliminieren lassen. Einzig scheint dafür die Gravitationskraft in Frage zu kommen, die im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) zusammen mit der Trägheit theoretisch vereinheitlicht beschrieben wird. Im folgenden zeichnen wir einige Stationen der geschichtlichen Entwicklung dieser begrifflichen Problemstellung nach und setzen diese in Relation zur gegenwärtigen Auffassung innerhalb der ART.

1 Einleitung

Man denke sich eine eiserne Hantel, etwa wie sie zum Bizepstraining verwendet wird. Ihre feste, undurchdringliche Stofflichkeit erklären wir heute durch die elektromagnetischen Kräfte, die die Eisenatome in eine mehr oder weniger fest geordnete, räumliche Struktur zwingen. Enorme Kräfte wären nötig, um die Hantel etwa entlang ihrer Achse zu zerreissen. Eine Möglichkeit, dies trotzdem zu bewerkstelligen, ist, sie um eine die Hantelachse senkrecht schneidende Achse schnell zu rotieren. Dazu braucht man weniger Kraft als Geschicklichkeit. Erhöht man die Drehgeschwindigkeit durch ständiges Anstoßen, so kann man die längs der Hantelachse

*In einem Brief an Michele Besso vom 29.4.1917, sich auf ein Manuskript Friedrich Adlers beziehend; siehe Doc. 331 in [13].

zerrenden Zentrifugalkräfte beliebig erhöhen. Schließlich wird auch die beste Hantel aus jedem uns bekannten Material in Stücke zerreissen.

Ein äquivalentes, aber vielleicht noch eindrücklicheres Beispiel aus der modernen Physik ist das Zerreissen von Atomkernen bei Stößen mit Drehimpulsübertrag. Hier wird die bindende Wirkung der Kernkraft, d.h. der starken Wechselwirkung, durch die Zentrifugalkraft überkompensiert, so dass ein Atomkern fragmentiert.

Nun wird mit einer gewissen Selbstverständlichkeit aus der modernen Physik immer wieder berichtet, dass sich alle in der Natur auftretenden Kräfte letztlich auf die sogenannten vier fundamentalen Wechselwirkungen zurückführen lassen. Diese sind

- Gravitation,
- Elektromagnetismus,
- Starke Wechselwirkung,
- Schwache Wechselwirkung.

Davon treten wegen ihrer geringen (d.h. subatomaren) Reichweite im Alltagsleben nur die ersten beiden in Erscheinung. In Hinblick auf das obige Beispiel scheint die Frage auf der Hand zu liegen, welcher Wechselwirkung denn die Kraft zuzuordnen ist, die es schließlich zuwege brachte, die elektromagnetischen Kräfte der Eisenatome bzw. die Kernkraft der Nukleonen zu überwinden und somit die Hantel bzw. den Atomkern zu zerreissen; mit anderen Worten, welcher Wechselwirkung denn die Zentrifugalkraft angehört.

Die allseits bekannte, im Geiste Newtons gegebene Antwort, die auch heute noch dem Lehrbuchkanon entspricht, fällt dann aber enttäuschend aus, nämlich so, dass die Zentrifugalkraft sowie alle Trägheitskräfte überhaupt keiner Wechselwirkung zuzuordnen seien. Ein Widerspruch mit obiger Behauptung liege aber nicht vor, da es sich bei der Zentrifugal- bzw Trägheitskraft nicht um eine Naturkraft, sondern um eine *Scheinkraft* handle. Wie ist das zu verstehen?

Die obigen Beispiele demonstrieren sicherlich überzeugend, dass unter 'Scheinkraft' nicht eine mit *nur scheinbarer Wirkung* zu verstehen ist; wie könnten sie sonst durch Naturkräfte Zusammengehaltenes, wie einen Atomkern, auseinanderreissen? Das 'Schein' bezieht sich vielmehr auf die Auffassung – die an dieser Stelle etwas Zirkelhaftes bekommt –, dass die Ursache solcher Kräfte eben nicht in einer Wechselwirkung mit anderen, derselben Wechselwirkung unterliegenden existierenden physikalischen Objekten zu suchen sei, also keine *dynamische* Ursache habe, sondern Scheinkräfte seien rein *kinematisch* zu erklären, nämlich als Effekte der Bewegung gegenüber dem *Absoluten Raum*.

Nicht zu allen Zeiten ist die hier angesprochene begriffliche Problematik gleich stark empfunden worden. Eine frühe und sehr klare Sicht gibt Heinrich Hertz in seiner Vorlesung *Über die Constitution der Materie* [16] aus dem Jahre 1884, die unter anderem folgenden bemerkenswerten Satz enthält ([16], S. 122):

> „Doch wollen wir darüber klar sein, dass die Proportionalität zwischen Masse und Trägheit ebenso sehr einer Erklärung bedarf, und ebensowenig als bedeutungslos hingestellt werden darf, wie die Gleichheit der Geschwindigkeit elektrischer und optischer Wellen.“

Man könnte vielleicht meinen, dass sich die angesprochene Problematik mit der Vermeidung des Kraftbegriffes ebenfalls auflösen lässt. So hat ja Hertz selbst in seinem erst posthum erschienenen Werk *Die Prinzipien der Mechanik* [17] von 1894 eine axiomatische Begründung der Mechanik ohne Verwendung des Kraftbegriffes gegeben, und auch in der modernen Formulierung der analytischen Mechanik, die rein mit Begriffen der Differentialgeometrie (symplektischer Mannigfaltigkeiten) auskommt, braucht man nicht von Kräften zu sprechen. Für das hier vorliegende Problem, welches aber eher mit einer (möglicherweise nicht wohldefinierten) Dichotomie kinematisch-dynamisch zu tun hat, liefern solche Manöver sprachlicher Ausgrenzung aber wenig Einsicht. Als Lösungen sind hier vielmehr solche gemeint, die von der Vorstellung ausgehen, dass die angeblich kinematische Ursache in Wahrheit doch dynamischer Natur ist, dass also etwa der ‘Absolute Raum’ symbolhaft für ein nur approximativ von dynamischen Rückwirkungen freies System steht, wie etwa den umgebenden Massen (Mach) oder einem dynamischen Feld der Gravitation (Einstein). Im folgenden will ich einige Stationen der Entwicklung der modernen Auffassung dieses Problems erörtern.

2 Rückschau auf Newton und Leibniz

Im Eröffnungskapitel ‘Definitionen’ der Principia (1687) bestimmt Newton im berühmten ‘Scholium’ die Begriffe „absolute, wirkliche mathematische Zeit“ und „absoluter, wirklicher mathematischer Raum“ und unterscheidet diese streng von der/dem unmittelbar sinnlich wahrnehmbaren „relativen und landläufig so genannten Zeit/Raum“. Nach weiteren Erläuterungen dieser Unterschiede fährt er so fort (alle folgenden Newton-Zitate sind [28] entnommen):

> „Die wahren Bewegungen der einzelnen Körper zu erkennen und von den scheinbaren durch den wirklichen Vollzug zu unterscheiden, ist freilich sehr schwer, weil die Teile jenes unbeweglichen Raumes, in dem die Körper sich wirklich bewegen,

> nicht sinnlich erfahren werden können. Die Sache ist dennoch nicht gänzlich hoffnungslos, denn man kann Beweise dafür teils aus den scheinbaren Bewegungen finden, die die Differenzen zwischen wirklichen Bewegungen sind, teils aus den Kräften, die die Ursachen und die Wirkungen der wirklichen Bewegungen sind.“

Es folgt ein Beispiel mit zwei durch einen Faden verbundenen Massen. Durch Messung der Fadenspannung wird der Betrag der Rotationsgeschwindigkeit gemessen, durch Messung der Veränderung dieser Spannung bei entgegengesetzt gleichen an den Massen angreifenden Kräften senkrecht zum Faden wird die Drehachse gemessen. Schon kurz zuvor illustriert Newton den dynamischen Unterschied von absoluter zu relativer Bewegung in seinem berühmten ‘Eimerexperiment’, das er nach eigenen Angaben selbst durchgeführt hat. Mit diesem soll gezeigt werden, dass zwar die absolute (wahre) Bewegung des Wassers im Eimer Ursache physikalisch messbarer Kraftwirkungen ist (erkennbar an der parabolisch veränderten Oberfläche des Wassers), nicht jedoch die relative (scheinbare) Bewegung des Wassers gegen den Eimer. In Newtons Worten:

> „Die Wirkungen, durch die man absolute und relative Bewegungen unterscheiden kann, sind die Fliehkräfte von der Achse der Kreisbewegung; denn in einer ausschließlich relativen Kreisbewegung existieren diese Kräfte nicht, in einer wirklichen und absoluten aber sind sie größer oder kleiner, je nach der Menge der Bewegung. Wenn ein Eimer an einer sehr langen Schnur hängt und beständig im Kreis gedreht wird, bis die Schnur durch die Zusammendrehung sehr steif wird, dann mit Wasser gefüllt wird und zusammen mit diesem stillsteht, und dann durch irgend eine plötzliche Kraft in entgegengesetzte Kreisbewegung versetzt wird und, während die Schnur sich aufdreht, längere Zeit diese Bewegung beibehält, so wird die Oberfläche des Wassers am Anfang eben sein wie vor der Bewegung des Gefäßes. Aber nachdem das Gefäß durch die allmählich auf das Wasser von außen übertragene Kraft bewirkt hat, dass auch dieses Wasser merklich sich zu drehen beginnt, so wird es allmählich von der Mitte zurückweichen und an der Wand des Gefäßes emporsteigen, wobei es eine nach innen gewölbte Form annimmt (wie ich selbst festgestellt habe), und mit immer schnellerer Bewegung wird es mehr und mehr ansteigen, bis es dadurch, dass es sich im gleichen Zeittakt dreht wie das Gefäß, relativ in diesem stillsteht.“

Am Ende des Eingangskapitels formuliert Newton dann die zweifache Zielsetzung der Principia. Diese läge einerseits in der Bestimmung der absoluten (wahren) Bewegungen aus ihren Ursachen (Kräften) und Wirkungen (scheinbaren Bewegungen), andererseits in der Bestimmung der Ursachen (Kraftgesetze) aus den relativen (scheinbaren) oder absoluten (wahren) Bewegungen:

> „Wie man aber die wahren Bewegungen aus ihren Ursachen, ihren Wirkungen und ihren scheinbaren Unterschieden, und umgekehrt, wie man aus den wahren oder scheinbaren Bewegungen deren Ursache und Wirkungen ermitteln kann, wird im folgenden ausführlich gezeigt werden. Denn zu diesem Zweck habe ich die folgende Abhandlung [die Principia–DG] verfasst."

Bezüglich des Phänomens der Gravitation betont Newton wiederholt, dass es ihm in der Principia nur um die Aufstellung der Gesetze ihrer Wirkung, nicht aber der Gesetze ihrer Ursache gehe, die ihm bisher verborgen geblieben sind. Denn „bloße Hypothesen" will er sich nicht ausdenken, da sie in der „experimentellen Philosophie" keinen Platz haben. Dass aber die Theorie der Gravitation mit der Aufstellung eines reinen Kraftgesetzes noch nicht fertig ist, sagt er klar am Ende des 'Scholium Generale':

> „Es mag jetzt gestattet sein, hier noch einiges über ein gewisses äußerst feines immaterielles Prinzip (spiritus) hinzuzufügen, das dichte Körper durchzieht und in ihnen verborgen ist; (...) Aber diese Dinge können nicht mit wenigen Worten dargelegt werden, und es steht noch keine ausreichende Anzahl von Experimenten zur Verfügung, durch welche die Gesetze der Einwirkungen dieses immateriellen Prinzips genau bestimmt und aufgezeigt werden müssen."

Es ist verführerisch, in diesem nur sehr zurückhaltend angedeuteten Prinzip eines dynamischen „Äthers" die Anfangsgründe eines modernen Feldbegriffs zu erblicken, auf dessen Relevanz für ein ursächliches Verstehen der Gravitationswirkung Newton hier vorsichtig hinweist. Außerhalb der 'Principia' ist er dabei weit weniger zurückhaltend. So schreibt er z.B. am 25. Februar 1693 in einem langen Brief an Bischof Bentley u.a. die folgenden, eindrücklichen Zeilen, die wir hier im Original[1] wiedergeben wollen ([36], Bd. III, No.406):

> „It is unconceivable that inanimate brute matter should (without the mediation of something else which is not material) operate upon and affect other matter without mutual contact; as it must if gravitation in the sense of Epicurus be essential

[1] Der besseren Lesbarkeit halber wurde die Orthographie geringfügig angepasst.

> and inherent in it. And this is one reason why I desired you would not ascribe innate gravity to me. That gravity should be innate, inherent and essential to matter so that one body may act upon another at a distance through a vacuum without the mediation of anything else by and through which their action of force may be conveyed from one to another, is to me so great an absurdity that I believe that no man who has in philosophical matters any competent faculty of thinking can ever fall into it. Gravity must be caused by an agent acting constantly according to certain laws, but whether this agent be material or immaterial is a question I have left to the consideration of my readers."

Mit „readers" des letzten Satzes sind zunächst nur die Leser der Principia angesprochen. In seinen wissenschaftlichen Schriften kommt Newton aber nur in den „Queries" im 3. Buch der „Optick" nochmals auf die Problematik eines die Gravitationskraft vermittelnden Äthers zurück, ohne dabei konkrete Vorstellungen zu vermitteln. Sicherlich hat es in Newtons Auffassung eines physikalischen Äthers mehrere unterscheidbare Perioden gegeben [6]. Dabei ist aber besonders zu beachten, dass dieser Problemkreis mit der Frage nach dem Wesen des Raumes zusammenhing[2], die bei Newton eine stark methaphysisch-theologische Komponente hat. Diesbezüglich sei besonders auf den Artikel [14] von Markus Fierz hingewiesen.

Noch 1920 hat selbst Einstein den Vergleich nicht gescheut, das metrische Feld in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) als eine feldtheoretische (lokale und dynamische) Realisierung des Absoluten Raumes aufzufassen [11]. Damit sollte ausgedrückt werden, dass durch den (dynamischen) Feldbegriff nur Teilaspekte 'verrelativieren', aber eben nicht die absolute Existenz einer trägheitsbestimmenden Struktur (Trägheitskompass, d.h. die lokalen Inertialsysteme). Insbesondere ist die Existenz dieser Struktur vom Vorhandensein einer Materie völlig unabhängig. Wir werden am Schluss dieser Arbeit noch genauer darauf eingehen.

Ein Brückenschlag vom Äther zum modernen Feldbegriff ist jedoch nur unter Verzicht auf einige für einen Sustanzbegriff typische Zustandszuschreibungen möglich. So darf dem Äther, ebenso wie den Feldlinien Faradays, kein Bewegungszustand zuschreibbar sein (vgl. [11]), da das zu inneren Widersprüchen führen würde.[3] Das Wort 'Äther' steht dann nur

[2]Dieser Aspekt wird in der ART wieder aktuell. Darauf werden wir noch mehrfach zurückkommen.

[3]Denkt man sich die elektrischen Feldlinien im Raum individualisiert und bei Bewegung daher verfolgbar, so kommt man sofort zu Inkonsistenzen. So hätte etwa eine geladene Kugel ein unendliches elektromagnetisches Trägheitsmoment, wenn man sich die im Feld lokalisierte elektrostatische Energiedichte als an den beweglichen Feldlinien haftend denkt.

noch für eine von der Materie (in Form von Feldern) unabhängige Existenzform des ‘Raumes’, der seinerseits aber eine notwendige Voraussetzung dafür ist, Felder *auf ihm* zu definieren.

Einer der einflussreichsten frühen Kritiker Newtons war Leibniz. Für ihn war der Raum ein fundamental relationaler Begriff, dessen Verabsolutierung durch eine, wenn auch psychologisch verständliche, rein gedankliche Idealisierung entsteht. Sieht man dies ein, so muss das Schließen auf die reale Existenz eines die physikalischen Objekte tatsächlich beeinflussenden absoluten Etwas (Raum) völlig verfehlt erscheinen. Wie es zu diesem Idealisierungsprozess kommen mag, schildert Leibniz im 47. Abschnitt seines 5. Briefes an Clarke ([23], S. 92) so:

> „Hier nun wie die Menschen dazu kommen sich den Raumbegriff zu bilden. Sie stellen fest, dass mehrere Dinge auf einmal existieren, und beobachten unter ihnen eine gewisse Ordnung des Nebeneinanderbestehens, entsprechend welcher die gegenseitige Beziehung der Dinge mehr oder weniger einfach ist. Diese gegenseitige Beziehung macht ihre Lage bzw. ihren Abstand aus. Immer wenn der Fall eintritt, dass eines von diesen nebeneinanderbestehenden Dingen seine Beziehung zu einer Menge von anderen Dingen ändert, ohne dass sich die Dinge dieser Menge untereinander ändern, und ein neu hinzukommendes Ding zu diesen anderen Dingen eine solche Beziehung erwirbt, wie sie das erstere Ding zu den anderen Dingen gehabt hat, so sagt man, dass es in *dessen Ort* gelangt, und nennt diese Veränderung eine Bewegung jenes Dinges, bei dem die unmittelbare Ursache für die Veränderung liegt. (...) Das was alle diese Orte umfasst nennt man *Raum*. Dies zeigt: um vom Ort und folglich auch vom Raum einen Begriff zu haben, genügt es, jene Beziehungen und die Regeln für ihre Veränderungen zu betrachten, und zwar ohne dass man sich hierfür noch irgend eine absolute Realität zusätzlich zu den Dingen vorstellen muss, deren Lage man betrachtet.“

3 Machs Kritik

Machs Kritik der Newtonschen Auffassungen von Zeit und Raum sind auf wenigen Seiten im 6. Abschnitt des 2. Kapitels seiner 'Mechanik' dargelegt [26]. Dabei wendet er sich zunächst der Zeit zu (die Hervorhebungen sind die Machs):

> „Wir sind ganz außerstande, die Veränderung der Dinge *an der Zeit* zu messen. Die Zeit ist vielmehr eine Abstraktion, zu der wir durch Veränderung der Dinge gelangen, weil wir auf kein *bestimmtes* Maß angewiesen sind, da eben alle untereinander zusammenhängen. Wir nennen eine Bewegung gleichförmig, in welcher gleiche Wegzuwüchse gleichen Wegzuwüchsen einer Vergleichsbewegung (der Drehung der Erde) entsprechen. Eine Bewegung kann gleichförmig sein in bezug auf eine andere. Die Frage, ob die Bewegung *an sich* gleichförmig sei, hat *gar keinen Sinn.* Ebensowenig können wir von einer 'absoluten Zeit' (unabhängig von jeder Veränderung) sprechen. Diese absolute Zeit kann an gar keiner Bewegung abgemessen werden, sie hat also auch gar keinen praktischen und auch keinen wissenschaftlichen Wert; niemand kann sagen, dass er von derselben etwas wisse, sie ist ein müßiger 'metaphysischer' Begriff."

Nach ähnlichen Bemerkungen über Newtons Begriff des absoluten Raumes, bringt Mach seine berühmt gewordene Kritik des Newtonschen 'Eimerexperiments':

> „Der Versuch Newtons mit dem rotierenden Wassergefäß lehrt nur, dass die Relativdrehung des Wassers gegen die *Gefäßwände* keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, dass dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefäßwände immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der eine Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Tatsachen, nicht aber mit unseren willkürlichen Dichtungen in Einklang zu bringen."

Die Machsche Kritik betrifft sowohl Aspekte der *Kinematik* als auch der *Dynamik.* In ersten Fall ist es die direkte empirische Unerfahrbarkeit der absoluten Zeit und des absoluten Raumes, die auch Newton stets betont, die aber bei Mach gegen sein (etwas vage formuliertes) Prinzip verstößt, nur direkt sinnlich wahrnehmbare Größen zur theoretischen Beschreibung zu verwenden.[4] Tiefergehend ist der sich auf die Dynamik beziehende Aspekt, der sich in der (auch nur recht vage formulierten) Forderung Machs äußert, nach physikalischen *Ursachen* für die Trägheitskräfte zu suchen. Dass diese Ursachen in den *relativ* beschleunigten Bewegungen gegenüber den kosmischen Hintergrundsmassen zu suchen sind, wird erst später (1918) von Albert Einstein zum 'Machschen Prinzip' erhoben.

Spekulationen und sogar Experimente zu einer dynamischen Induktionswirkung der Gravitation gab es aber bereits vor 1900.[5] Wir werden darauf noch zurückkommen. Doch zunächst wollen wir zeigen, wie sich durch die Arbeit einiger Zeitgenossen Machs der kinematische Teil seiner Kritik weitgehend auflösen lässt.

4 Verwandte Kritik: Neumann und Lange, Thomson und Tait

Carl Gottfried Neumann (1832-1925, Mathematiker); Ludwig Gustav Lange (1863-1936, Mathematiker, Physiker und experimenteller Psychologe), 1885-1887 Assistent beim Psychologen Wilhelm Wundt in Leipzig, im gleichen Zeitraum Promotion über Grundlagen der Mechanik. Mehr über das tragische Leben Langes findet man bei von Laue [22]. James Thomson (Ingenieur, 1822-1892), älterer Bruder William Thomsons (Lord Kelvin); Peter Guthrie Tait (Mathematiker und Physiker, 1831-1901).

Einer der Hauptkritikpunkte an den Newtonschen Konzepten der absoluten Zeit und des absoluten Raumes ist immer wieder deren Mangel an operationaler Zugänglichkeit gewesen. Zwar wurde letztendlich die Eigenrotation der Erde immer als gleichförmig bezüglich der absoluten Zeit und der (mittlere) Fixsternhimmel immer als ruhend bezüglich des absoluten Raumes aufgefasst, aber diese Festsetzungen wurden eher implizit und ohne erkennbaren Bezug auf die zugrundeliegende Theorie vollzogen. Eine korrekte Formulierung des Trägheitsgesetzes darf sich aber nicht solcher, physikalisch ungerechtfertigter ad – hoc – Identifikationen bedienen, die sich bei genaueren Überprüfungen zudem meist als falsch herausstellen. Vielmehr postuliert das Trägkeitsgesetz lediglich die *Existenz* geeigneter raum-zeitlicher Bezugssysteme – sogenannter „Inertial-

[4] Genau dieses Prinzip diente später (1925) Werner Heisenberg als Leitfaden zur Auffindung der Quantenmechanik (in Matrixdarstellung). So beginnt seine Arbeit von 1925 mit dem Satz: „In dieser Arbeit soll versucht werden, Grundlagen zu gewinnen für eine quantentheoretische Mechanik, die ausschließlich auf Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen basiert ist".

[5] Bereits 1872 hat Francois Tisserand das Webersche Gesetz der Elektrodynamik hypothetisch auf die Gravitation umgeschrieben und auf die Planetenbewegung angewandt. Mit heutigen Beobachtungen im Sonnensystem ist dieses Gesetz nicht kompatibel. Wir werden weiter unten das Webersche Gesetz noch genauer besprechen.

systeme“ und „Inertialzeitskalen“ –, bezüglich denen die von ihn getroffenen Aussagen gelten sollen. Einstein formulierte diesen Umstand einmal folgendermaßen [12]:

> „Es [das Trägheitsgesetz–DG] lautet in ausführlicher Formulierung so: Voneinander hinreichend entfernte, materielle Punkte bewegen sich geradlinig gleichförmig – *vorausgesetzt, daß man die Bewegung auf ein passend bewegtes Koordinatensystem bezieht und daß man die Zeit passend definiert.* Wer empfindet nicht das Peinliche einer solchen Formulierung? Den Nachsatz weglassen aber bedeutet eine Unredlichkeit.“

Die ersten operationalen Definitionen von „Inertialzeitskalen“ und räumlichen „Inertialsystemen“ (diese Begriffe stammen von L. Lange) haben – möglicherweise nicht ganz unabhängig – C. Neumann [27] und L. Lange [21] einerseits und J. Thomson [35] und P. Tait [34] [6] andererseits gegeben. Ihnen ist gemein, dass sie an der absoluten Zeit und dem 3-dimensionalen euklidischen Raum festhalten, die Newtonschen Gesetze voraussetzen, die Existenz ‘kräftefreier’ Massenpunkte annehmen und nur die (gleichzeitigen!) relativen Abstände der Massenpunkte als beobachtbare Größen aufnehmen. Das Problem besteht dann darin, mit Hilfe dieser Grundelemente eine Inertialzeitskala (Neumann) und ein Inertialsystem (Lange) auf operationale Weise zu konstruieren; in Taits eigenen Worten [34]:

> „A set of points move, Galilei-wise, with reference to a system of co-ordinate axes; which may, itself, have any motion whatever. From observation of the *relative* positions of the points, merely, to find such co-ordinate axes.“

Die Lösung kann natürlich nicht eindeutig sein; vielmehr gibt es eine 11-parametrige Schar von Lösungen, wobei die 11 Parameter folgenden Freiheiten entsprechen[7]:

a) drei räumlichen Translationen: $\vec{x} \mapsto \vec{x} + \vec{a}$, $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$,

b) drei räumlichen Geschwindigkeitstransformationen: $\vec{x} \mapsto \vec{x} + \vec{v}t$, $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$,

c) drei räumlichen Rotationen: $\vec{x} \mapsto \mathbf{R} \cdot \vec{x}$, $\mathbf{R} \in \mathrm{O}(3)$,

[6] Die Kenntnis der Artikel Thomsons und Taits verdanke ich einem Hinweis Julian Barbours.

[7] Ebenso könnte man statt der euklidischen Struktur nur den Begriff des Senkrechtstehens verwenden, ohne Einführung einer absoluten Längeneinheit. Dann hätte man mit einer 12-parametrigen Entartung zu tun, in der zusätzlich auch räumliche Skalentransformationen $\vec{x} \mapsto a\vec{x}$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ auftreten.

d) einer zeitlichen Translation: $t \mapsto t + b$, $b \in \mathbb{R}$,

e) einer zeitlichen Skalentransformation: $t \mapsto at$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$.

Die Newtonschen Definitionen von absoluter Zeit und absolutem Raum werden also als Existenzaussagen dynamisch bevorzugter Bezugssysteme aufgefasst, nämlich derjenigen, in denen die Bewegungsgesetze die einfache, Newtonsche Gestalt haben. Dass es solche Systeme überhaupt gibt, ist eine nichttriviale Aussage über die zugrundeliegenden dynamischen Gesetze.

4.1 Neumann und Lange

Lange baut auf Neumann auf, der nur den zeitlichen Aspekt des Problems operational behandelt. Er zerlegt Newtons Beharrungsgesetz dann sauber in Form zweier Definitionen und zweier Theoreme. Insbesondere tritt dabei zum ersten Mal der von Lange stammende Begriff des 'Inertialsystems' auf. Wegen ihrer historischen Wichtigkeit zitieren wir Langes Definitionen und Theoreme in Originalschreibweise (mit Langes Hervorhebungen etc.):

Definition 1 „≫Inertialsystem≪ heisst ein jedes Coordinatensystem von der Beschaffenheit, dass mit Bezug darauf *drei* vom selben Raumpunkt projicirten und dann sich selbst überlassene Punkte P, P', P'' – welche aber nicht in einer geraden Linie liegen sollen – auf drei beliebigen in einem Punkte zusammenlaufenden Geraden G, G', G'' (z.B. auf den Coordinatenaxen) dahinschreiten."

Theorem 1 „Mit Bezug auf ein Inertialsystem ist die Bahn *jedes beliebigen vierten* sich selbst überlassenen Punktes gleichfalls geradlinig."

Definition 2 „≫Inertialzeitscala≪ heisst eine jede Zeitscala, in Bezug auf welche *ein* sich selbst überlassener auf ein Inertialsystem bezogener Punkt (etwa P) gleichförmig fortschreitet."

Theorem 2 „In Bezug auf eine Inertialzeitscala ist *jeder beliebige andere* sich selbst überlassene Punkt in seiner Inertialbahn gleichförmig bewegt."

Definition 1 enthält im wesentlichen Langes Lösungsvorschlag für das Problem der operationalen Festlegung eines Inertialsystems. Dass hier tatsächlich eine Lösung vorliegt, ist keineswegs offensichtlich, denn im allgemeinen ist es nicht richtig, dass ein Bezugssystem, in dem drei Trägheitsbahnen auf Geraden verlaufen, notwendig ein Inertialsystem sein muss. Dies wird hier erst durch die Bedingung sichergestellt, dass sich die Bahnen zum selben Zeitpunkt in einem Raumpunkt treffen, die somit wesentlich ist. Die zugrundeliegenden mathematischen Überlegungen Langes werden wir genauer im Anhang besprechen.

Die operationalistische Feststlegung eines Inertialsystems verläuft nach Lange dann so: man schleudert von einem Raumpunkt O gleichzeitig drei Massenpunkte in drei Richtungen fort, so dass die Massen nicht in einer Ebene mit O liegen. Zu jedem Zeitpunkt wählt man nun das Koordinatensystem, dessen drei Achsen die von O ausgehenden Halbgeraden sind, auf denen jeweils einer der drei Massenpunkte liegt. Diese Zeitschar räumlicher Koordinatensysteme bildet nun ein Inertialsystem. Dieses ist i.A. schiefwinklig, kann aber durch die bekannten Konstruktionen leicht in ein orthogonales umgewandelt werden.[8]

4.2 Taits Lösung des Thomsonschen Problems

In einer direkten Antwort auf das Thomsonsche Problem (siehe obige Wiedergabe in Taits Worten) hat Tait eine bemerkenswerte Lösung angegeben [34], die eine interessante Alternative zum Verfahren Langes darstellt, da sie ein Inertialsystem zusammen mit einer Inertialzeitskala aus einer endlichen Anzahl von instantanen relativen räumlichen Konfigurationen ('Schnappschüsse') zu rekonstruieren erlaubt. Im Folgenden wollen wir die Grundidee Taits schildern.

Wir gehen von $n+1$ Massenpunkten P_i $(i = 0, 1, \dots n)$ aus, die sich a auf Trägheitsbahnen $\vec{x}_i(t)$ bewegen. Beobachtbar sind ihre $\frac{1}{2}n(n+1)$ instantanen Abstände, oder gleichbedeutend, deren Quadrate:

$$R_{ij} := \|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|^2 \quad \text{für} \quad 0 \leq i < j \leq n\,. \tag{1}$$

Äquivalent zu deren Kenntnis ist die Kenntnis der $\frac{1}{2}n(n+1)$ inneren Produkte

$$Q_{ij} := (\vec{x}_i - \vec{x}_0) \cdot (\vec{x}_j - \vec{x}_0) \quad \text{für} \quad 1 \leq i \leq j \leq n\,, \tag{2}$$

denn diese hängen mit jenen eineindeutig durch einfache lineare Beziehungen zusammen:

$$R_{ij} = Q_{ii} + Q_{jj} - 2Q_{ij} \qquad \text{für} \quad 1 \leq i < j \leq n\,, \tag{3}$$

$$R_{i0} = Q_{ii} \qquad \text{für} \quad 1 \leq i \leq n\,, \tag{4}$$

$$Q_{ij} = \tfrac{1}{2}\left(R_{i0} + R_{j0} - R_{ij}\right) \quad \text{für} \quad 1 \leq i \leq j \leq n\,. \tag{5}$$

Gesucht sind wieder ein Inertialsystem und eine Inertialzeitskala, bezüglich denen gilt: $\vec{x}_i(t) = \vec{a}_i + \vec{v}_i t$, wobei $\vec{a}_i$ und $\vec{v}_i$ von t unabhängig

[8] Seien x, y, z die Achsen des schiefwinkligen Systems. Wir ersetzen die z-Achse durch die auf der xy-Ebene senkrecht stehende z'-Achse, und dann die y-Achse durch eine auf der xz'-Ebene senkrecht stehende y'-Achse. Die drei Achsen x, y', z' stehen nun paarweise senkrecht und bilden wieder ein Inertialsystem.

sind. Diese sind natürlich nur bis auf die oben unter a)-e) aufgelisteten Freiheiten bestimmt. a) und b) werden durch die Verabredung eliminiert, dass das 0-te Teilchen im Ursprung ruht, also $\vec{x}_0(t) = 0$. Dann ist

$$Q_{ij}(t) = \vec{x}_i(t) \cdot \vec{x}_j(t) = \vec{a}_i \cdot \vec{a}_j + t(\vec{a}_i \cdot \vec{v}_j + \vec{v}_i \cdot \vec{a}_j) + t^2 \vec{v}_i \cdot \vec{v}_j. \tag{6}$$

Misst man zu k verschiedenen Zeitpunkten t_α jeweils alle relativen Abstände und damit die Q_{ij}, so erhält man die $\frac{k}{2}n(n+1)$ Zahlen $Q_{ij}(t_\alpha)$. Daraus zu bestimmen sind folgende Unbekannte, die wir in vier Gruppen teilen:

1. die k Zeiten t_α,
2. die $n(n+1)/2$ Produkte $\vec{a}_i \cdot \vec{a}_j$,
3. die $n(n+1)/2$ Produkte $\vec{v}_i \cdot \vec{v}_j$,
4. die $n(n+1)/2$ symmetrischen Produkte $\vec{a}_i \cdot \vec{v}_j + \vec{v}_i \cdot \vec{a}_j$.

Die Willkür des Nullpunktes und der Einheit der Zeitskala, entprechend den Punkten d) und e) oben, wird durch die Wahlen $t_1 = 0$ und $t_2 = 1$ beseitigt, so dass aus der ersten Gruppe nur die $k-2$ Zeiten $t_3, \dots, t_k$ zu bestimmen bleiben. Die restliche noch bestehende Freiheit, entsprechend Punkt c), wird durch die Vereinbarung beseitigt, dass P_1 auf der z-Achse und P_2 in der xz-Ebene liegt – vorausgesetzt P_0, P_1, P_2 liegen nicht auf einer Geraden, sonst wählt man drei andere Massenpunkte, für die dies zutrifft.

Die Strategie Taits ist nun folgende: Aus den $\frac{k}{2}n(n+1)$ Gleichungen, die aus Aufstellen von (6) für jeden der k Zeitpunkte t_α entstehen, soll man nach den $k - 2 + \frac{3}{2}n(n+1)$ Unbekannten der 1. bis 4. Gruppe auflösen. Die Anzahl der Gleichungen minus der Anzahl der Unbekannten ist $\frac{k-3}{2}n(n+1)+2-k$. Sie ist positiv genau dann, wenn $n \geq 2$ und $k \geq 4$. Die Minimalbedingung sind drei Teilchen ($n = 2$) und vier 'räumliche Schnappschüsse' ($k = 4$); dann gibt es 12 Gleichungen für 11 Unbekannte.[9] Ist die Auflösung erreicht[10], so lässt sich das (obigen Verabredungen genügende) Inertialsystem, zusammen mit allen Trajektorien $\vec{x}_i(t)$, aus der Kenntnis der $\frac{3}{2}n(n+1)$ Größen der 2. bis 4. Gruppe bis auf räumliche Spiegelungen eindeutig rekonstruieren, denn diese bestimmen i.A. bis auf kollektive Vorzeichenumkehr (die Q_{ij} hängen von den Vektoren homogen quadratisch ab) eindeutig die $2n$ Vektoren $\vec{a}_i, \vec{v}_i$. Letztere haben ja $6n-3$ unabhängige Komponenten (-3 wegen der Verabredung über die Lage von $\vec{a}_1$ und $\vec{a}_2$), und es gilt $\frac{3}{2}n(n+1) \geq 6n-3 \Leftrightarrow n \geq 2$.

[9] Lässt man die räumliche Längeneinheit unbestimmt, (vgl. Fußnote 7), so hat man an dieser Stelle 12 Unbekannte, und es reichen immer noch 4 Schnappschüsse von drei Teilchen.

[10] Man hat es hier mit einem quartischen System von Gleichungen zu tun, dessen Auflösbarkeit und mögliche Entartungen im Prinzip eigens diskutiert werden müssen, was Tait aber nicht unternimmt.

5 Erste Dynamische Spekulationen: Die Friedländers

Schon Neumann spekuliert offen über eine dynamisch-gravitative Induktion der Trägheit, indem er den Absoluten Raum einstweilen mit dem Ruheraum eines hypothetisch postulierten 'Körpers Alpha' identifiziert [27]. Genauere Angaben über die zugrundeliegende dynamische Gesetzmäßigkeit oder gar quantitative Überlegungen unterblieben jedoch völlig. Die ersten einigermaßen systematischen Überlegungen in dieser Richtung stammen von den Brüdern Benedict und Immanuel Friedländer. Ihre Schrift [15] zefällt in zwei Teile. Der erste, von Immanuel Friedländer verfasste Teil trägt den Titel: „Die Frage nach der Wirklichkeit einer absoluten Bewegung und ein Weg zur experimentellen Lösung"; der zweite Teil, der von Benedikt Friedländer stammt, nennt sich: „Über das Problem der Bewegung und die Umkehrbarkeit der Centrifugalerscheinungen auf Grund der relativen Trägheit". Mit 'Umkehrbarkeit' ist hier die Relativität gemeint, d.h. das Auftreten einer (induzierten) Zentrifugalkraft auf eine ruhende Masse in der Nähe schnell rotierender Massen. Am Ende von Teil I schreibt Immanuel Friedländer:

> „Mir will aber scheinen, dass die richtige Fassung des Gesetzes der Trägheit erst dann gefunden ist, wenn die *relative Trägheit* als eine Wirkung von Massen aufeinander und die *Gravitation*, die ja auch eine Wirkung von Massen aufeinander ist, auf ein *einheitliches Gesetz** zurückgeführt sein werden. Die Aufforderung an die Theoretiker und Rechner, dies zu versuchen, wird aber erst dann von rechtem Erfolg sein, wenn es gelungen ist, die Umkehrbarkeit der Centrifugalkraft nachzuweisen."

Zum 'einheitlichen Gesetz' macht er in der Fußnote die Bemerkung:

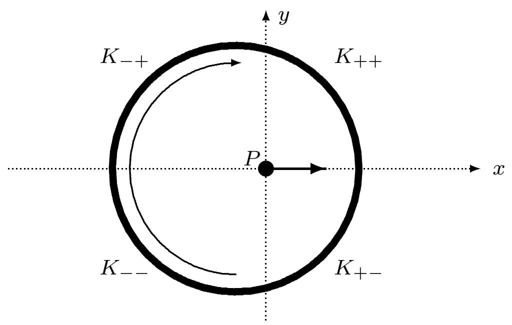
> *) „Es wäre dazu sehr zu wünschen, dass die Frage, ob das Webersche Gesetz [vgl. Ausführungen unten–DG] auf die Gravitation anzuwenden ist, sowie die nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwerkraft, gelöst würden. Zu letzterem Zwecke könnte ein Instrument dienen, das auf statischem Wege die täglichen Schwankungen der Erdschwere in Abhängigkeit von der Stellung der Gestirne zu messen erlaubt."

Die quantitativen Überlegungen der Friedländers zur Relativität der Zentrifugalkraft lassen sich wie folgt zusammenfassen: Angenommen, die Trägheit sei (zumindest teilweise) ein Induktionseffekt der Gravitation. Das Trägheitsgesetz wird dann relativ ausgesprochen, d.h., dass schwere Massen ohne Einwirkung äußerer Kräfte ihre *relative* Geschwindigkeit beibehalten. Die induzierten Trägheitskräfte zwischen relativ beschleunigten Körpern gliedern sich dann nach folgendem Schema:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{beschleunigtes Annähern}\\ \text{verzögertes Entfernen}\end{array}\right\} \longrightarrow \text{Abstoßung} \tag{7}$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{beschleunigtes Entfernen}\\ \text{verzögertes Annähern}\end{array}\right\} \longrightarrow \text{Anziehung} \tag{8}$$

Dass diese dann auch eine Zentrifugalkraft induzieren würden, sieht man qualitativ so: Repräsentiere der Kreis $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x+a)^2 + y^2 = R^2, 0 < a < R\}$ einen massiven Ring und P eine Punktmasse am Ursprung $x = y = 0$. Ferner drehe sich der Ring im Uhrzeigersinn um sein Zentrum $(-a, 0)$, wobei $0 < a < R$, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Die Koordinatenachsen zerlegen K in die vier zusammenhängenden Segmente $K_{++} = \{(x,y) \in K \mid x > 0, y > 0\}$, $K_{+-} = \{(x,y) \in K \mid x > 0, y < 0\}$, $K_{--} = \{(x,y) \in K \mid x < 0, y < 0\}$ und $K_{-+} = \{(x,y) \in K \mid x < 0, y > 0\}$.



Wie man explizit nachrechnen kann, sind die relativen Beschleunigungen von P zu mitrotierenden Punkten auf K wie folgt:

$$K_{++} : \text{ verzögertes Annähern} \longrightarrow \text{Anziehung} \tag{9}$$
$$K_{+-} : \text{ beschleunigtes Entfernen} \longrightarrow \text{Anziehung} \tag{10}$$
$$K_{--} : \text{ verzögertes Entfernen} \longrightarrow \text{Abstoßung} \tag{11}$$
$$K_{-+} : \text{ beschleunigtes Annähern} \longrightarrow \text{Abstoßung} \tag{12}$$

Die Kraftwirkungen ergeben sich aus Schema (7-8) und sind jeweils entlang der Verbindungslinien von P und dem jeweiligen Punkt auf K gerichtet. Man sieht sofort, dass eine resultierende Kraftwirkung auf P entlang der positiven x-Achse entsteht, also in radialer Richtung vom Drehzentrum weg.

In dem von Immanuel Friedländer im ersten Teil von [15] geschilderten und von ihm auch tatsächlich im November 1894 durchgeführten Experiment wurde versucht, die von einer schweren Schwungscheibe (eines Walzwerkes) induzierten Zentrifugalkräfte mit Hilfe einer Torsionswaage nachzuweisen. Letztere wurde so angebracht, dass der Punkt an dem der Balken am Torsionsfaden hängt auf der gedachten Achsenverlängerung der Schwungscheibe liegt. Die induzierten Zentrifugalkräfte sollten dann nach obigem Schema die Massen an den Enden des Balkens von der Achse des Schwungrades wegdrängen und somit den Balken senkrecht zur Rotationsachse des Schwungrades einzustellen versuchen. Das Experiment verlief aber ergebnislos, was aufgrund der geringen Empfindlichkeit und der beträchtlichen Störeinflüsse selbst für den Experimentator nicht weiter verwunderlich war.

Nach Aufstellung der ART sind immer wieder, teilweise völlig unabhängig voneinander, Versuche unternommen worden, eine Mechanik bewegter Punktmassen zu formulieren, die nur die relativen Abstände als dynamische Variablen enthält. Erste konkrete Formulierungen stammen von Reißner [30][31] und Schrödinger [32], spätere von Barbour & Bertotti [3][4] und Lynden-Bell[24]. Da diese nicht im Rahmen einer Feldtheorie formuliert sind, werden wir sie hier nicht weiter verfolgen. Sie werden in [1] weiter diskutiert.

5.1 Mehr zum Weberschen Gesetz

Zur Illustration und Konkretisierung der Ideen der Brüder Friedländer sei hier das Webersche Gesetz noch genauer besprochen. Sei t die absolute Zeit (an der wir festhalten) und $r(t)$ der momentane (gleichzeitige) relative Abstand zweier Massenpunkte mit Massen m_1 und m_2. Ferner bezeichne G die Newtonsche Gravitationskonstante und F die Anziehungskraft zwischen den Massenpunkten entlang ihrer Verbindungsgeraden ($F > 0$ entspricht einer Anziehung, $F < 0$ einer Abstoßung). Dann ist die sinngemäße Übertragung des Weberschen Gesetzes auf die Gravitation gegeben durch

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\left[1 - \frac{1}{2c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{r}{c^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right], \tag{13}$$

wobei c eine Konstante mit der Dimension einer Geschwindigkeit ist. In der Elektrodynamik steht hier die Lichtgeschwindigkeit, so dass man hier in Analogie von der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Gravitation sprechen müsse. Der hier interessierende Zusatzterm zum Newtonschen Attraktionsgesetz ist der dritte. Man sieht sofort, dass in ihm genau das Schema (7-8) verwirklicht ist, da sowohl eine beschleunigte Annäherung wie eine verzögerte Entfernung $d^2r/dt^2 < 0$ entspricht und somit abstoßend wirkt. Mit $d^2r/dt^2 > 0$ ist es analog. Anhand dieses Gesetzes lässt sich auch der Machsche Gedanke einer durch den kosmischen Massenhintergrund induzierten Trägheit besser verstehen. Dazu betrachte man die Masse $m_1 = m$ als Mittelpunkt einer homogenen Staubkugel B der konstanten Massendichte ρ und mit Radius R. Die Staubteilchen seien relativ zueinander unbewegt. Sei K ein rechtwinkliges Koordinatensystem, in dem der Staub ruht und in dessen Mittelpunkt m liegt. Sei $\vec{x}(t)$ der Ortsvektor von m bezogen auf K, dann gelte $\dot{\vec{x}}(0) = 0$ und $\ddot{\vec{x}}(0) = -a\vec{e}_z$. Nach (13) ergibt sich eine induzierte Kraft parallel zu $\vec{e}_z$ vom Betrag

$$F = ma\frac{G\rho}{c^2}\int_B dV\frac{\cos^2\theta}{r} = ma\left[\frac{2\pi G\rho}{3c^2}R^2\right] = ma\left[\frac{1}{4}\frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}}\frac{R^2}{R_H^2}\right], \qquad (14)$$

wobei wir unter impliziter Einführung der Hubble-Konstante H die rechte Seite durch die in der Kosmologie verwendeten Parameter kritische Dichte $\rho_{\text{crit}} := 3H^2/8\pi G$ und Hubble-Radius $R_H := c/H$ ausgedrückt haben. Eine kritisch verteilte Materiedichte innerhalb des doppelten Hubble–Radius' bzw. eine vierfach kritische Dichte innerhalb des einfachen Hubble-Radius' wäre nach diesem einfachen Modell bereits in der Lage, die gesamte Trägheit auf die Anwesenheit schwerer Masse zurückzuführen. Trägheit und Schwere wären also durch ein einheitliches Gesetz beschrieben, wie von Immanuel Friedländer gefordert. Allerdings würden nach einem solchen Gesetz die Anisotropien der lokalen Massenverteilung (Sonne, Galaxie etc.) zu einem anisotropen Trägheitsverhalten führen, d.h. einer anisotropen trägen Masse. Allein von der Sonne würde sich z.B. aus (13) eine Anisotropie von der Größenordnung $\Delta m/m = GM/c^2r$ ergeben, wobei r = Abstand Erde-Sonne und M = Sonnenmasse, also etwa 10^{-8}. Bereits Anfang der 60er Jahre ergaben aber die bekannten quantenmechanischen Experimente von Hughes und Drever (an den Zeeman–Linien des Kerns von ^{7}Li) eine obere Schranke von $5 \cdot 10^{-23}$ (!) (siehe [18]). Moderne Experimente steigern die Genauigkeit sogar um weitere 7 Größenordnungen (siehe z.B. [20]). Die somit extrem genau vermessene Isotropie der trägen Masse ist immer wieder zum Stolperstein vereinheitlichter Gesetze wie dem Weberschen oder der oben erwähnten von Reißner, Schrödinger etc. geworden. Es bleibt immerhin, dass bereits die einfachsten Überlegungen wie die obige zu einer Beziehung $m_t = km_s$ zwischen träger und schwerer Masse führen, wobei die Zahl k aus kosmologischen Größen berechnet wird und in der richtigen Größenordnung herauskommt (in unserem Fall war $k = \rho R^2/4\rho_{\text{crit}}R_H^2$). Es ist schwer zu leugnen, dass davon eine gewisse suggestive Kraft ausgeht.

6 Einstein

Bereits 1912, also fast vier Jahre vor Aufstellung der ART, spekuliert Einstein über eine von der Gravitation induzierte Trägheitswirkung. Auf der Basis seiner 'Prager Arbeiten' von 1912 (nichtlineare Gleichungen für skalares Gravitationspotential) berechnet er den Einfluss schwerer Massen auf die Trägheit einer Testmasse und findet eine (scheinbare) Zunahme derselben. Er kommentiert das positive Ergebnis so:

> „Es legt dies die Vermutung nahe, dass die *ganze* Trägheit eines Massenpunktes eine Wirkung des Vorhandenseins aller übrigen Massen sei, auf einer Art Wechselwirkung mit den letzteren beruhend.*)“

Und in der Fußnote führt er aus:

> *) „Es ist dies ganz derjenige Standpunkt, welchen E. Mach in seinen scharfsichtigen Untersuchungen über den Gegenstand geltend gemacht hat...“

Auch in der ART führt Einstein analoge Rechnungen durch und erhält wieder die Bestätigung, dass die Nähe schwerer Massen zu einer Erhöhung der trägen Masse eines Testteilchens führt [10] (vgl. die oben zitierte Fußnote von Immanuel Friedländer). Eine genauere Analyse entlarvt dies jedoch als reinen Koordinateneffekt [5]. Im selben Büchlein schreibt Einstein:

> „Um diesen Gedanken [den Machschen–DG] im Rahmen der modernen Nahwirkungslehre durchzuführen, musste die trägheitsbedingende Eigenschaft des raumzeitlichen Kontinuums allerdings als Feldeigenschaft des Raumes analog dem elektromagnetischen Felde aufgefasst werden, wofür die Begriffe der klassischen Mechanik kein Ausdrucksmittel boten. Deshalb musste der Machsche Lösungsversuch einstweilen scheitern.“

Tatsächlich ist der Machsche Gedanke so sehr auf das Konzept einer Fernwirkungstheorie zugeschnitten, dass er – wenn überhaupt – nicht ohne weitere Ergänzungen und Präzisierungen feldtheoretisch zu formulieren ist. Einerseits ist der Begriff der Bewegung (absolut oder relativ) nicht auf das Feld anwendbar (vgl. obige Diskussion und [11]), andererseits ist selbst der Begriff der relativen Bewegung lokalisierter Körper in der ART vom umgebenden Feldzustand abhängig. Wie oben diskutiert, kommt in einer Feldtheorie der Materie dem Raum eine absolute Existenz zu, die mit der Auffassung einer der Materie untergeordneten Ordnungsstruktur nicht verträglich ist. Hier liegt wohl der eigentliche Grund für die etwas unglückliche Rolle, die der Machsche Gedanke in der heutigen Feldphysik spielt. So hatte schon Einstein vergeblich versucht, seine Feldgleichungen durch Einführung des ‘kosmologischen Terms’ so abzuändern, dass sie ohne Materie überhaupt keine Lösungen zulassen, d.h. dem Einsteinschen Postulat genügen, dass auch die Raumzeit mit der Materie verschwindet. Auf Drängen von Markus Fierz [29] hat sich auch Wolfgang

Pauli zu der Überzeugung durchgerungen, dass sich in diesem unbereinigten Verhältnis zwischen 'Raum' einerseits und 'Feld' andererseits auch eine fundamentale Schwierigkeit des modernen Feldbegriffs widerspiegelt. In Paulis eigenen Worten ([29], Brief [1289]):

> „Ich bin einverstanden mit der Formulierung, dass die Unerfüllbarkeit des Einsteinschen Postulates (bzw. der ursprünglichen Machschen Betrachtungsweise) in der allgemeinen Relativitätstheorie ein tiefes und wesentliches Anzeichen für die Unzulänglichkeit der klassischen Feldphysik ist."

7 Das Machsche Prinzip in der ART

Eine mögliche feldtheoretische Umformulierung des Machschen Gedankens muss notwendigerweise die Freiheitsgrade des Gravitationsfeldes selbst mit einbinden. Anderenfalls wird das Machsche Prinzip explizit verletzt, wie etwa in der Gödelschen Lösung (für ein offenes Universum) oder der Lösung von Schücking und Ozsváth (für ein geschlossenes Universum), in denen die lokalen Inertialsysteme gegen die lokalen Ruhesysteme der Materie rotieren (siehe Kapitel 4.6-7 in [8] und die dort angeführten Referenzen). Letztere Lösung ist wegen der Geschlossenheit und damit Abwesenheit von Randbedingungen noch wichtiger (siehe unten). Es erscheint also natürlich, dass der Machsche Gedanke zunächst sicher dahingehend uminterpretiert werden muss, dass die lokalen Inertialsysteme erst durch die Konfiguration *aller* dynamischen Freiheitsgrade eindeutig bestimmt sind. Insbesondere müssen also die Gravitationsfreiheitsgrade selbst mit eingeschlossen werden, was in vereinfachten Fällen auch explizit durchgeführt werden kann (siehe z.B. [25]). Aber damit allein ist eine eindeutige Bestimmung auch noch nicht gewährleistet, da in einer Feldtheorie die Konfiguration ja nicht nur von den Anfangs-, sondern auch den Randdaten abhängt. Hält man also an der Eindeutigkeitsforderung des Einstein-Machschen Prinzips fest, ist dieses innerhalb der ART bestenfalls mit *räumlich geschlossenen*[11] Lösungen realisierbar, da in diesen wegen der fehlenden Ränder auch keine Randdaten existieren. Das Machsche Prinzip wird somit zu einem *Auswahlprinzip*, gemäß dem aus der Lösungsmannigfaltigkeit der Einsteinschen Feldgleichungen nur solche Lösungen zu akzeptieren sind, in denen die lokalen Inertialsysteme (bestimmt durch das Gravitationsfeld) an jedem Raumzeitpunkt durch Anfangsdaten, d.h. eine einzige instantane Konfiguration aller dynamischer Felder vollständig bestimmt sind. Die Raumzeit muss also *global hyperbolisch* sein. Diese Forderung ist aber nur dann nicht leer,

[11] Genauer: Die Cauchy-Flächen sind geschlossen, also kompakt und ohne Rand.

wenn zusätzlich gefordert wird, dass die Raumzeit auch *maximal* im Sinne von *nicht erweiterbar* ist, d.h. sie darf nicht Teil einer echt größeren Raumzeit sein, die ebenfalls Lösung der Einsteinschen Gleichungen ist. Denn letztere braucht dann nicht notwendigerweise wieder global hyperbolisch zu sein, und die künstliche Beschränkung auf ein global hyperbolisches Teilstück, das immer existiert, resultiert in einer nicht akzeptablen – weil behebbaren – (geodätischen) Unvollständigkeit.[12] Die Idee, das Machsche Prinzip in der ART als Auswahlprinzip zu benutzen, stammt von J.A. Wheller und wird in James Isenbergs Beitrag in [1] mathematisch präzise formuliert.

8 Machsche Effekte in der ART

Als Machsche Effekte werden in der ART heute vorwiegend solche bezeichnet, die auf einem Einfluss von Energie-Impulsströmen auf die lokal definierten Inertialsysteme (Inertialkompass) beruhen, etwa ganz im Sinne der frühen Ideen der Gebrüder Friedländer. Hier geht es also nicht mehr um eine *Bestimmung*, wie bei der eben besprochenen strengen Einstein-Machschen Doktrin, sondern nur um den Effekt der *Beeinflussung* lokal definierter Inertialsysteme. Ebenfalls im Sinne ihrer Analogie (mit dem Weberschen Gesetz) spricht man auch heute vom 'gravitomagnetischen Feld'. Die von diesem erzeugten Effekte des 'frame–dragging' lassen sich wie folgt unterteilen:

1. Präzession eines Kreisels (Lense-Thirring-Effekt): Im Feld eines rotierenden Zentralkörpers mit Drehimpuls $\vec{J}$, präzediert ein Kreisel am festen Ort $\vec{r}$ mit der Winkelgeschwindigkeit (Einheiten: $G = c = 1$):

$$\vec{\Omega}_{\text{Kreisel}} = -\frac{\vec{J} - 3\vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{J})}{r^3}\,. \tag{15}$$

   Für einen Kreisel in einer polaren Erdumlaufbahn in einer Höhe von $600\,\mathrm{km}$ ergibt sich der Betrag von $0,043''$/Jahr.[13]

2. Präzession der Bahnebene: Ein Teilchen bzw. Satellit auf einer elliptischen Umlaufbahn mit Halbachse a und Exzentrität e kann selbst als Kreisel angesehen werden. Die Ebene der elliptischen Teilchen-

[12] Nicht behebbare (geodätische) Unvollständigkeiten nenn man in der ART Singularitäten. Für sie sollte ein physikalischer Grund vorliegen, wie z.B. beim Schwarzen Loch.

[13] Damit aus einer Entfernung E zwei Punkte vom Abstand d im Winkelabstand von einer Bogensekunde ($1'' = (1/3600)^\circ$) erscheinen, muss etwa $E = 2 \cdot 10^5 \times d$ gelten. $0,043''$ entsprechen $E = 5 \cdot 10^6 \times d$, also etwa $d = 6\,\mathrm{cm}$ und $E = 300\,\mathrm{km}$, d.h. dem Winkelabstand, in dem ein Augenpaar aus einer Entfernung von $300\,\mathrm{km}$ erscheint.

bahn mit Halbachse a und Exzentrität e präzediert mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\vec{\Omega}_{\text{Bahnebene}} = 2\,\frac{\vec{J}}{a^3(1-e^2)^{3/2}}\,. \tag{16}$$

Für einen Erdsatelliten in $5000\,\text{km}$ Höhe ergibt sich ein Betrag von $0,031''/\text{Jahr}$.

3. Präzession des Perizentrums: Im Feld eines rotierenden Zentralkörpers präzediert das Perizentrum einer elliptischen Bahn mit Normalenvektor $\vec{n}$ mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\vec{\Omega}_{\text{Perizentrum}} = 2\,\frac{\vec{J} - 3\vec{n}(\vec{n}\cdot\vec{J})}{a^3(1-e)^{3/2}}\,. \tag{17}$$

Obwohl es viele allgemein-relativistische Effekte gibt, in denen gravitomagnetische Felder eine Rolle spielen, gibt es bisher kein Präzessionsexperiment, das diese Machschen Effekte isoliert vermessen kann. Der bisherige Stand ist wie folgt:

1'. Ein satellitengestütztes Kreiselexperiment, das 1.) im gravitomagnetischen Feld der Erde testen soll, ist die sogenannte *Gravity–Probe–B*–Mission der NASA. Ihr zugrundeliegendes Experiment wurde schon in den 60er Jahren konzipiert. Nach mehrfachen Verspätungen ist der Start nun scheinbar endgültig auf den 1. April 2002 gelegt. Mehr über die physikalisch-experimentellen und organisatorischen Details dieser Mission erfährt man im Artikel von C.W.F. Everitt et al. in [19].

2'-3'. Eine Kombination von Messungen der in 2.) und 3.) beschriebenen Effekte im Feld der rotierenden Erde existieren bereits durch die Bahndaten der zwei erdgebundenen LAGEOS I+II–Satelliten [7]. (*LAGEOS: Laser Geodynamic Satellite.*) Siehe auch [8], Kapitel 6, für eine ausführliche Schilderung der prinzipiellen Aspekte. Leider ist hier die Ungenauigkeit in der Bestimmung der Bahnebenenpräzession (Effekt 2) mit etwa 20% sehr hoch, deren Hauptursachen die zu geringen Exzentritäten der Satellitenbahnen und die bestehende Unsicherheit in den unteren Multipolmomenten der Erde sind. Tatsächlich ist es der immerhin etwas höheren Exzentrität [14] von LAGEOS II zu verdanken, dass überhaupt eine Messung von 2.) zustandekommt, denn dank ihr gelingt eine unabhängige Messung der Präzession des Perizentrums (Effekt 3) von LAGEOS II, mit deren

[14] LAGEOS I hat $\varepsilon_I = 0.004$, LAGEOS II $\varepsilon_{II} = 0.014$.

Hilfe man die störenden klassischen Multipolterme aus der Bestimmungsgleichung für die Bahnebenenpräzession eliminieren kann. Dieser Schritt ist aber auch gerade die Hauptquelle der Unsicherheit. Mit dem Einbau eines dritten Satelliten, LAGEOS III, den Ciufolini vorgeschlagen hat, könnte 2.) mit wesentlich kleinerer Unsicherheit direkt gemessen werden. Doch gibt es derzeit keine Entscheidung für einen dritten LAGEOS-Satelliten.

9 Schlussbetrachtung

Unsere heutige Auffassung der Trägheit ist die der ART als feldtheoretische Zusammenfassung der Gravitation und des 'Führungsfeldes'. Letzteres ersetzt lokal den Absoluten Raum und macht die so lokal definierte Trägheitsstruktur quantitativ von der lokalen Verteilung von Energie-Impuls-Strömen abhängig. Diese Abhängigkeit kommt in den oben beschriebenen Machschen Effekten deutlich zum Ausdruck. Allerdings ist die Existenz dieser Trägheitsstruktur keinesfalls an das Vorhandensein von Materie gekoppelt, genausowenig wie der Raum, der in der ART genauso wie bei Newton auch im materiefreien Zustand existiert. Damit führt die ART also weder zu einer vielleicht erhofften Entscheidung im alten Streit zwischen Newton und Leibniz noch zu einer rein relationalen Erklärung der Trägheit, wie sie Mach vorschwebte. Insbesondere beinhaltet sie keine Realisierung des rein relationalen Raumkonzepts Leibniz'. Man könnte sogar sagen, dass sie in ihrer absoluten Setzung eines Raum-Zeit-Kontinuums (siehe unten) eher Newtonsch ist (vgl. Fierz' Haltung in [29]), wenn auch die dynamische Wechselwirkung von Materie und metrischer Raumstruktur (Trägheitsstruktur) nun eine gewisse relative Abhängigkeit bewirkt. So wird auch die eingangs gestellte Frage nach der Natur der Trägheitskräfte in Rahmen der ART folgendermaßen beantwortet: Sie entspringen der unvermeidlichen Kopplung des betrachteten materiellen Objekts an die metrische Struktur der Raumzeit und damit an das aus dieser Struktur abgeleitete 'Führungsfeld'. Die metrische Struktur hingegen gehorcht den Einsteinschen Differentialgleichungen, die an Energie-Impuls-Ströme der Materie koppeln.

In der ART ist die Existenz des Raum-Zeit-Kontinuums nicht an das Vorhandensein von Materie gebunden und insofern absolut. Das die Gravitation und Trägheit (Führungsfeld) gemeinsam beschreibende Objekt ist zu identifizieren mit dem differentialgeometrischen Zusammenhang auf dem Tangentialbündel der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit. Eine Einordnung der Trägheit in das Schema der Gravitation wird also dann erreicht, wenn auch das Gravitationsfeld mit dem Führungsfeld identifiziert wird.

An dieser Stelle sollte folgender wichtiger Unterschied zum Feldkonzept der Materie besonders hervorgehoben werden (vgl. auch [11]): Das Führungs-'feld' ist nicht – wie bei Materiefeldern sonst üblich – ein Feld *auf* der Raumzeit, das jedem Punkt der Raumzeit einen Vektor als 'Wert des Feldes an diesem Punkt' zuweist. Materiefeldern ist ja gemein, dass unter ihnen insbesondere das Feld mit konstantem Wert 'Null' ausgezeichnet ist, was auch als 'Abwesenheit' des entsprechenden Feldes interpretiert wird. Die Raum-Zeit kann also von einem solchen Feld vollständig befreit werden, ohne dabei selbst verschwinden zu müssen. Hingegen ist es sinnlos, von einem 'verschwindenden Führungsfeld' zu sprechen.[15] Eine 'trägheitsfreie' bzw. 'gravitationsfeldfreie' Raum-Zeit ist im Rahmen der ART daher nicht denkbar. Versuche, das Gravitationsfeld statt mit dem 'Führungsfeld' mit dem Krümmungstensor zu identifizieren, erlauben zwar die Formulierung des Gravitationsfeldes als Tensorfeld auf der Raum-Zeit, führen dann aber geradewegs auf die eingangs gestellte Frage nach der Einordnung der Trägheitskräfte in dieses Schema zurück. Eine vereinheitlichte Beschreibung von Gravitation und Trägheit ist mit einer Auffassung des Gravitationsfeldes als Feld *auf* der Raum-Zeit nicht zu machen. Dies ist auch der Grund dafür, dass dem Gravitationsfeld selbst keine lokal definierten Größen von Energie, Impuls etc. zugeschrieben werden können.

Eine (Fehl)Identifikation des Gravitationsfeldes mit dem Krümmungstensor führt übrigens auch zu einer Verunmöglichung des Äquivalenzprinzips, nach dem Gravitationsfelder punktweise nicht von Beschleunigungsfeldern unterschieden werden können und damit durch geeignete Wahl des Bewegungszustandes auch wegtransformierbar sind. Diese Aussage wäre auf den Krümmungstensor angewandt natürlich ganz falsch. Ein solches unsachgemäßes Aussprechen des Äquivalenzprinzips hat daher bisweilen dazu geführt, es selbst physikalisch zu diskreditieren. So schreibt J. Synge in der Einleitung zu seinem Buch [33] über die Allgemeine Relativitätstheorie:

> „.. I have never been able to understand this [Equivalence–DG] Principle. [...] Does it mean that the effects of a gravitational field are indistinguishable from the effects of an observer's acceleration? If so, it is false. In Einstein's theory, either there is a gravitational field or there is none, according as the Riemann tensor does not or does vanish. This is an absolute property; it has nothing to do with any observer's world line. [...] The Principle of Equivalence performed the essential office of midwife at the birth of general relativity, but, as Einstein remarked, the infant would never have got beyond its long-clothes had it not been for Minkowski's concept. I suggest that the midwife be now buried with appropriate honours and the facts of absolute space-time faced."

[15] Wenn wir von Zusammenhang sprechen, ist dies nicht zu verwechseln mit den diesen Zusammenhang in redundanter Weise repräsentierenden Christoffel–Symbolen. Diese können punktweise zum Verschwinden gebracht werden (Normalkoordinatensysteme), was nichts mit einem 'Verschwinden des Zusammenhangs' zu tun hat, das es nicht gibt.

10 Anhang: Mathematisches zu Langes Definitionen

Um den nichttrivialen Gehalt von Langes Definition 1 einzusehen, gehen wir von folgender allgemeiner Fragestellung aus: Gegeben seien n Massenpunkte, die sich auf irgendwelchen Bahnen $\vec{x}_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ im dreidimensionalen Raum $\mathbb{R}^3$ bewegen. Gegeben seien ferner n Gerade $\vec{g}_i(s) = \vec{a}_i + s\,\vec{b}_i$, wobei s ein physikalisch bedeutungsloser Parameter ist. Wir fragen, unter welchen Bedingungen wir durch zeitabhängige euklidische Bewegungen, gegeben durch (orthogonale) Drehungen $\mathbf{R}(t)$ und Translationen $\vec{d}(t)$, die Bahnen $\vec{x}_i$ auf die Geraden $\vec{g}_i$ transformieren können. Dabei stellen wir aber keinerlei Forderungen an die Geschwindigkeit – wie z.B. Gleichförmigkeit –, mit der die Teilchen auf den Geraden fortschreiten. Dies führt zu folgendem Gleichungssystem:

$$\mathbf{R}(t) \cdot \vec{x}_i(t) + \vec{d}(t) = \vec{a}_i + \vec{b}_i \varphi_i(t)\,, \tag{18}$$

$$R(t) \cdot R^\top(t) = \mathbf{1}\,. \tag{19}$$

Von diesen drückt (19) die Orthogonalität der durch die 3×3 Matrizen $\mathbf{R}(t)$ hervorgerufenen Transformationen aus. Ferner mussten wir n unbekannte Funktionen φ_i einführen, die unsere Unkenntnis über die Geschwindigkeiten ausdrücken, mit denen sich die Teilchen auf den Geraden bewegen. Damit haben wir zu jedem Zeitpunkt $3 \times n$ Gleichungen von (18) und 6 Gleichungen von (19), insgesamt also $3 \times n + 6$ Gleichungen, für die $9 + 3 + n = 12 + n$ Unbekannten $\mathbf{R}(t)$, $\vec{d}(t)$ und $\varphi_i(t)$. Die $3n + 3 + 3$ Größen $\vec{x}_i(t)$, $\vec{a}_i$ und $\vec{b}_i$ sind vorgegeben. Die Zahl der Gleichungen übersteigt also die Zahl der Unbekannten für $n > 3$ und ist ihr gleich für $n = 3$. Wir konzentrieren uns daher auf den Fall $n = 3$.

Die allgemeine Lösungsstrategie für (18-19) ist nun wie folgt: Wir bezeichnen mit $\mathbf{X}(t)$ und $\mathbf{D}(t)$ die 3×3 Matrizen, deren i-te Spalten durch den Vektor $\vec{x}_i(t)$ bzw. $\vec{d}$ gegeben sind. Genauso definieren wir Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$, deren i-te Spalten durch die Vektoren $\vec{a}_i$ bzw. $\vec{b}_i$ gegeben sind und letztlich noch eine Matrix Φ, die aus der dreifachen Wiederholung der Zeile $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ besteht. Dann geht (18) über in die lineare Matrixgleichung

$$\mathbf{R}(t) \cdot \mathbf{X}(t) + \mathbf{D}(t) = \mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \Phi(t)\,, \tag{20}$$

in der $\mathbf{X}(t), \mathbf{A}, \mathbf{B}$ die vorgegebenen und $\mathbf{D}(t), \mathbf{R}(t)$ die gesuchten Größen sind. Auflösung nach $\mathbf{R}(t)$ ergibt:

$$\mathbf{R}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \Phi(t) - \mathbf{D}(t)) \cdot \mathbf{X}^{-1}(t)\,, \tag{21}$$

wobei die Invertierbarkeit von $\mathbf{X}(t)$, d.h. $\det(\mathbf{X}(t)) \neq 0$, vorausgesetzt ist. Das ist genau dann der Fall, wenn die drei Punkte $\vec{x}_i(t)$ nicht in einer Ebene mit dem Ursprung des Ausgangskoordinatensystems liegen, was sich durch Wahl des letzteren immer vermeiden lässt, sofern die drei Punkte $\vec{x}_i(t)$ nicht auf einer Geraden liegen, also kollinear sind. Bei kollinearer Konfiguration liegen Ursprung und Punkte natürlich immer in einer Ebene. Um (21) zu erhalten, müssen wir also kollineare Konfigurationen ausschließen.

In einem zweiten Schritt setzt man nun (21) in (19) ein und erhält 6 quadratisch polynomiale Gleichungen für die 6 in $\mathbf{D}$ und Φ auftretenden Funktionen $\vec{d}$ und φ_i. Hat man eine Lösung zu diesen gefunden, so ergeben sich die restlichen gesuchten Funktionen $\mathbf{R}$ in einem letzten und dritten Schritt durch Einsetzen der soeben gefundenen Ausdrücke für $\mathbf{D}$ und Φ in (21). Dies zeigt, dass man unter Voraussetzung der Durchführbarkeit des 2. Schrittes drei Bahnen $\vec{x}_i(t)$ stets auf drei vorgegebene Geraden transformieren kann.

Angenommen, die ursprünglichen Bahnen $\vec{x}_i$ sind bereits in der Zeit t gleichförmig durchlaufene Geraden, die sich gleichzeitig in einem Raumpunkt treffen, so wie es nach Langes Definitionen zur Festlegung eines Inertialsystems und einer Inertialzeitskala gefordert ist. Wir setzen also $\vec{x}_i(t) = \vec{v}_i t$ bzw. in Matrixschreibweise $\mathbf{X} = \mathbf{V}t$, lassen also – ohne Beschränkung der Allgemeinheit – die Teilchen bei $t = 0$ im Ursprung zusammentreffen. Die g_i seien nun andere, sich ebenfalls im Ursprung bei $t = 0$ treffende Geraden, von denen wir aber nicht fordern, dass sie gleichförmig durchlaufen werden. Wir fragen nach den möglichen Transformationen der Geraden $\vec{x}_i$ auf die $\vec{g}_i$ gemäß obiger Formeln. Wir wollen zeigen, dass sie notwendig aus einer *zeitunabhängigen* Rotation $\mathbf{R}$, einer in der Zeit *linearen* Translation $\vec{d}$ und ebenfalls *linearen* Zeitreparametrisierungen φ_i bestehen. Dann ist nämlich nachgewiesen, dass das neue Koordinatensystem wieder inertial ist und somit die Langesche Definition 1 notwendig ein Inertialsystem festlegt. Zum Beweis wenden wir (21) auf den vorliegenden Fall an und erhalten wegen $\mathbf{A} = 0$ und $\mathbf{X} = \mathbf{V}t$

$$\mathbf{R}(t) = (\mathbf{B} \cdot \Phi(t)/t - \mathbf{D}(t)/t) \cdot \mathbf{V}^{-1} . \tag{22}$$

Eingesetzt in (19) ergeben sich wieder sechs, diesmal quadratisch *homogene* Gleichungen in den sechs Größen $\varphi_i(t)/t$ und $\vec{d}(t)/t$ mit Koeffizienten, die von t *unabhängig* sind. Damit sind auch die Lösungen von t unabhängig, d.h. $\varphi_i(t)$ und $\vec{d}(t)$ ergeben sich proportional zu t. Eingesetzt in (22) ergibt sich dann eine von t unabhängige Drehung $\mathbf{R}$.

Literatur

[1] Julian Barbour, Herbert Pfister (Herausgeber): *Mach's Principle*, Einstein Studies Vol. 6, Birkhäuser 1995.

[2] Julian Barbour: *Absolute or Relative Motion?*, Vol. 1 (Cambridge University Press, Cambridge 1989).

[3] Julian Barbour, Bruno Bertotti: *Gravity and Inertia in a Machian Framework*, Il Nuovo Cimento **38 B** (1977), 1-27.

[4] Julian Barbour, Bruno Bertotti: *Mach's principle and the structure of dynamical theories*, Proceedings of the Royal Society (London) **A 382** (1982), 295-306.

[5] Carl Brans: *Mach's Principle and the Locally Measured Gravitational Constant in General Relativity*, Phys. Rev. **125** (1962), 388–396.

[6] Martin Carrier: *Passive Materie und bewegende Kraft: Newtons Philosophie der Natur*. In: „Naturauffassungen in Philosophie, Wissenschaft, Technik“ Bd. II, Lothar Schäfer und Elisabeth Ströker (Herausgeber), Verlag Karl Alber, Freiburg (1994).

[7] Ignazio Ciufolini et al.: *Test of General Relativity and Measurement of the Lense-Thirring Effect with Two Earth Satellites*, Science **279** 1998, 2100-2103.

[8] Ignazio Ciufolini und John Archibald Wheeler: *Gravitation and Inertia* (Princeton University Press, Princeton 1995).

[9] Albert Einstein: *Gibt es eine Gravitationswirkung, die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?* Vierteljahreschrift für Gerichtliche Medizin und öffentliches Sanitätswesen 44 (1912), 37–40.

[10] Albert Einstein: *Grundzüge der Relativitätstheorie*, Friedr. Vieweg & Sohn, Nachdruck der 5. Auflage, 1979.

[11] Albert Einstein: *Äther und Relativitätstheorie*, Rede gehalten am 5. Mai 1920 an der Reichs-Universität zu Leiden. Berlin, Verlag von Julius Springer 1920.

[12] Albert Einstein: Antwort auf die Betrachtung Ernst Reichenbächers „Inwiefern läßt sich die moderne Gravitationstheorie ohne die Relativität begründen“; Die Naturwissenschaften **8** (1920), 1008-1010. Ebenda, pp. 1010-1011.

[13] Albert Einstein: *Gesammelte Schriften*, Bd. 8A (Princeton University Press, Princeton 1998). Herausgegeben von Robert Schulmann et al.

[14] Markus Fierz: *Über den Ursprung und die Bedeutung der Lehre Isaac Newtons vom absoluten Raum*, Gesnerus 11. Jahrgang (1954), 62-120.

[15] Benedict und Immanuel Friedländer: *Absolute oder Relative Bewegung?*, Verlag von Leonhard Simion, Berlin, (1896).

[16] Heinrich Hertz: *Die Prinzipien der Mechanik*, Ges. Abh. Bd. 3, Verlag Johann Ambrosius Barth, Leipzig (1910).

[17] Heinrich Hertz: *Die Constitution der Materie*, (Springer-Verlag, Berlin 1999), herausgegeben von Albrecht Fölsing.

[18] Vernon Hughes: *Mach's principle and experiments on mass anisotropy*, in Hong-Yee Chiu und William F. Hoffman (Herausgeber): Gravitation and Relativity (W.A. Benjamin, Inc., New York 1964).

[19] Claus Lämmerzahl et al. (Herausgeber): *Gyros, Clocks, Interferometers...: Testing Relativistic Gravity in Space*, Lecture Notes in Physics, Bd. 562 (Springer Verlag, Berlin 2001).

[20] Steve Lamoreaux et al: *New limits on spatial anisotropy from optically pumped* ^{201}*Hg and* ^{199}*Hg*. Phys. Rev Lett. **57** (1986) 3125-3128.

[21] Ludwig Lange: *Über das Beharrungsgesetz*, Sitzungsberichte d. Kgl. Sächs. Gesellschaft d. Wissenschaft (1885).

[22] Max von Laue: *Dr. Ludwig Lange. (Ein zu Unrecht Vergessener)*, Die Naturwissenschaften, Heft 7 (1948), 193-196.

[23] Gottfried Wilhelm Leibniz, *Der Leibniz-Clarke Briefwechsel* (Akademie Verlag, Berlin 1991), herausgegeben und übersetzt von Volkmar Schüller.

[24] Donald Lynden-Bell: *Classical mechanics without absolute space*, Physical Review D **52** (1995), 7322-7324.

[25] Donald Lynden-Bell et al.: *Mach's principle from the relativistic constraint equations*, Mon. Not. R. Astron. Soc. **272** (1995), 150-160.

[26] Ernst Mach: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung* – historisch-kritisch dargestellt. Nachdruck der 9. Auflage von 1933, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1988.

[27] Carl Neumann: *Über die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie*, Akademische Antrittsvorlesung, gehalten in der Aula der Universität Leipzig am 3. Nov. 1869 (Teubner Verlag, Leipzig 1870).

[28] Isaac Newton: *Mathematische Grundlagen der Naturphilosophie* (Felix Meiner Verlag, Hamburg 1988), herausgegeben, übersetzt und ausgewählt von Ed Dellian.

[29] Wolfgang Pauli, Wissenschaftlicher Briefwechsel, Band IV, Teil I; Briefe [1287-1288] (Fierz an Pauli) [1289] (Pauli an Fierz); Herausgeber Karl von Meyenn (Springer Verlag, Berlin 1996).

[30] Hans Reißner: *Über die Relativität der Beschleunigung in der Mechanik*, Physikalische Zeitschrift **XV** (1914), 371-375.

[31] Hans Reißner: *Über eine Möglichkeit, die Gravitation als unmittelbare Folge der Relativität der Trägheit abzuleiten*, Physikalische Zeitschrift **XVI** (1915), 179-185.

[32] Erwin Schrödinger: *Die Erfüllbarkeit der Relativitätsforderung in der klassischen Mechanik*, Annalen der Physik (Leipzig), **77** (1925), 325-336.

[33] John L. Synge: *Relativity: The General Theory* (Noth-Holland Pub. Comp., Amsterdam 1960).

[34] Peter Tait: *Note on Reference Frames*, Proc. Roy. Soc. (Edinburgh), Session 1883-84, Vol. XII, 743-745.

[35] James Thomson: *On the Law of Inertia; the Principle of Chronometry; and the Principle of Absolute Clinural Rest, and of Absolute Rotation*, Proc. Roy. Soc. (Edinburgh), Session 1883-1884, Vol. XII, 568-578.

[36] Herbert Westren Turnbull (Editor): *The Correspondence of Isaac Newton, Vol. I-VII* (Cambridge University Press, Cambridge 1958-77).